

# 张国新：孔隙介质渗流场中渗透力如何计算？—连续孔隙介质渗透压力对变形应力影响的数值模拟方法探讨

(流域水循环模拟与调控国家重点实验室 中国水利水电科学研究院, 北京 100038)

**摘要：**渗流场对应力和变形影响计算中渗流荷载目前普遍采用渗透体积力+浮托力方式，即  $f_x = -\gamma \partial h / \partial x, f_y = -\gamma \partial h / \partial y, f_z = -\gamma \partial h / \partial z + \gamma$ 。这是一种简化近似算法，即忽略渗透压力作用下固体介质自身的变形，这种近似对于土、砂等细颗粒离散介质的误差是可以忽略，但对于混凝土、裂缝岩体这样的连续孔隙介质或等效孔隙介质则因忽略了孔隙压力对固体介质变形的影响，夸大了浮托力的作用，导致变形和有效应力失真。本文从孔隙水压作用下的应力应变关系出发，将孔隙压力的作用按初应变（或初应力）推导有限元渗透荷载公式（孔隙压力初应力/应变法）。用算例比较了不同方法对结果的影响，结果表明，渗透体积力+浮托力的算法，有效应力和变形误差过大，有些情况下会得到错误的变形结果。而孔隙压力初应力/应变法，可以正确地得到渗流场中渗透压力作用下的应力和变形。

**关键词：**连续孔隙介质；渗流场；孔隙压力；初应变；有效应力

## Study on numerical simulation method used in analyzing continuous pore medium seepage pressure's effect on deformation and stress

Guoxin Zhang

State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing, 100038, China

**Abstract:** Seepage force and uplift pressure are often used to analyze seepage field's influence on deformation and stress, which is  $f_x = -\gamma \partial h / \partial x, f_y = -\gamma \partial h / \partial y, f_z = -\gamma \partial h / \partial z + \gamma$ . This is a simplified proximal algorithm, which ignores solid media's own deformation under pore pressure. For fine-granular medium like soil and sand, this self-deformation can be ignored, but for continuous pore medium like concrete and rock with cracks, the neglect of pore pressure's effect on solid medium and overestimate of uplift pressure will misestimate the deformation and effective stress. From the perspective of stress-strain under pore pressure, regarding the pore pressure as initial strain (initial stress), the paper derives the finite element formula for seepage load (named "initial strain/stress" method). Comparing different results getting from different calculation methods, it shows that from the calculation using seepage force and uplift pressure as seepage load, the obtained deformation and effective stress appear too large error and sometimes are even wrong, while the "initial strain/stress" method can come to correct result of deformation and stress.

**Keywords:** continuous pore medium, seepage field, pore pressure, initial strain, effective stress.

---

基金项目：国家重点研发计划项目(2016YFB0201000)；国家重点基础研究发展规划项目(2013CB036406, 2013CB035904)；国家自然科学基金项目(51579252, 51439005)；国家科技支撑计划项目(2013BAB06B00)；流域水循环模拟与调控国家重点实验室基金项目；中国水利水电科学研究院科研专项(材集1353, 材集1361, 材集1309)

作者简介：张国新(1960-)，男，山东临朐人，博士，教授级高级工程师，博士生导师，主要从事水工结构及数值模拟方法研究。E-mail:zhanggx@iwhr.com

## 1. 引言

我国近几年相继建成了小湾、锦屏、溪洛渡等多座 300m 级高拱坝，现在已完成了初期蓄水，进入正式运行阶段，三峡大坝也已建成蓄水运行近十年。在初次蓄水运行过程中，取得了大量观测资料。笔者在对这些坝的资料分析时发现特高坝蓄水后水文地质条件变化对大坝及岸坡变形影响显著，但用传统的模拟方式，不管是采用面力，还是渗流体积力对渗流场的影响进行模拟，得到的变形都与观测结果有较大出入。

关于混凝土重力坝的渗透压力计算，张光斗先生早在 1956 年发表了著名的论文《混凝土坝的渗透压力》[1]，提出了坝基扬压力和坝内应力计算方法，奠定了重力坝扬压力计算的基础。朱伯芳院士在文献[2]中从孔隙水压力影响下的应力应变关系入手，推导了渗透水对非均质重力坝应力状态的影响。早期的研究主要集中在渗透力对重力坝坝基场压力的分布形式方面。采用数值方法计算渗流场及渗流场作用下建筑物的应力和变形，最早见于张有天的工作[3]，文中首次给出了采用渗透体积力计算渗透荷载的计算公式： $X_i = \partial P / \partial x_i$ ，可分为两部分，即与水力梯度成正比的渗透力和竖向浮托力，即  $f_x = -\gamma \partial h / \partial x$ ， $f_y = -\gamma \partial h / \partial y$ ， $f_z = -\gamma \partial h / \partial z + \gamma$ ，式中  $h$  为总势能水头； $\gamma$  为水容重。

潘家铮院士[4]在 1984 年详细论述了混凝土坝有限元分析中水荷载考虑方式，提出了分三阶段数值模拟的思路，即：在蓄水期按表面荷载计算；在地基达到稳定渗流期，先计算地基渗流场，按渗透压力计算，基岩容重取浮容重；坝体达到稳定渗流期，水压仍按面力计算，浸润线以下混凝土按浮容重计算，坝体水平正应力中减去渗透压力强度，即为有效应力。这套计算思路中渗流荷载的计算实际上与张有天[3]中的方法相同，即渗透体积力加浮托力。

其后国内有不少学者研究了渗流对裂隙介质及孔隙介质应力的影响及耦合计算方法，如裂隙岩体渗流与应力的耦合问题（陈平，1984[5]；王媛等 2000[6]，2008[7]），混凝土坝渗流场与应力场的耦合分析（朱岳明，1997[8]，柴军瑞 2008[9]），黄耀英等 2009[10]），温度场-渗流场-应力场之间的耦合分析（韦高德 2005[11]，赵延林 2007[12]，张国新，2015[13]）等。这些分析当中渗流场对应力和变形的影响都采用相同的模拟方法，即与水力梯度成正比的渗透体积力和浮托力。

但是，笔者团队在对小湾、溪洛渡、锦屏等水电站蓄水后大坝及边坡变形进行仿真反演分析时发现，采用目前的这种渗透力和浮托力的方式计算渗流荷载，很难得到合理的结果，往往会算出较大的岸坡和库盘抬升，计算所得的规律与采用表面水荷载结果相反。而采用裂隙渗流，水压作用于裂隙表面的渗流荷载模拟方式，得出的岸坡上抬往往非常微小，甚至可忽略不计（张国新，2003[14]），分析发现渗透体积力加浮托力的计算方法忽略了水对骨架材料的压缩作用，夸大了浮托力的作用，致使计算结果与观测结果不符。

Biot 在他提出的固结理论中(Biot, 1941[15])考虑了孔隙水压力对骨架变形的影响。朱伯芳在文献[2]中推导孔隙水压力作用下孔隙介质的应力应变关系时也考虑了孔隙水压对骨架材料变形和孔隙变形的影响两部分，最后认为骨架的变形太小可以忽略，得出与土力学中相同的有效应力公式。李广信在文献[18]中指出对于岩石、混凝土等材料土力学中的有效应力表达式不再适用，需要在孔隙水压前乘以一个小于 1 的系数，有文献称为 Biot 系数。文献[17、19]介绍的渗流与应力耦合分析中，考虑了 Biot 系数的影响。

本文参照文献[2]介绍的渗透压力、应力、应变关系推导过程，按照初应变或初应力方法考虑孔隙压力影响，推导有限元分析中考虑骨架变形后的渗流荷载计算公式，并与目前的渗透体积力加浮托力的计算方法比较，用几个算例对比分析不同渗透力计算方法对应力和变形计算结果的影响。

## 2. 孔隙（裂隙）压力作用下的应力与应变

我们可以将研究对象分为三种类型的介质：散粒孔隙介质，连续孔隙介质和裂缝孔隙介质，可分别对应着土、混凝土及裂隙岩体，这三种介质的代表微元体如图 1。

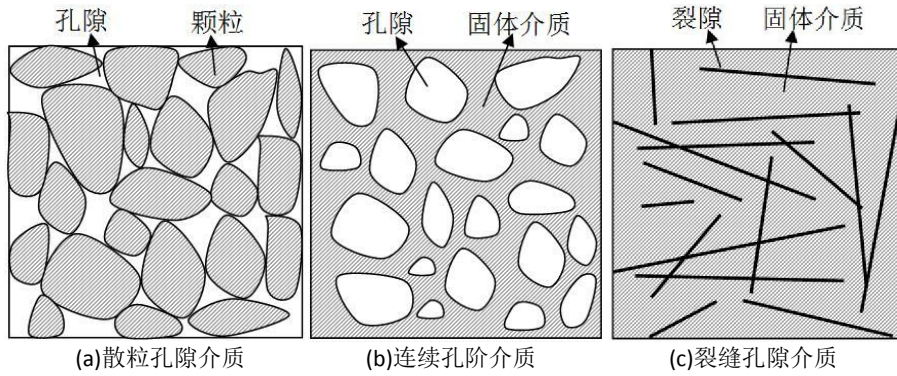


图 1 三种类型介质的代表体

对于散粒孔隙介质和连续孔隙介质，假定孔隙在空间上是连通的，且水只沿着孔隙流动。对于裂隙孔隙介质，水可以沿着裂隙和固体介质中的孔隙流动，但由于沿裂隙的流动量远大于在固体孔隙中的流动，因此假定裂隙孔隙介质中的水只沿裂隙流动。

渗流场中的固体介质所受的渗透力可分为两种：静水压力和动水压力，静水压力即为孔隙水压力，而当渗流流量较小时，动水压力可以忽略不计，此处我们只考虑孔隙水压力，则图 1 所示的三种介质的代表体的受力分析如下：(太沙基、比奥、朱伯芳、李广信等[2,15,18, 21]) (以平面问题为例说明)，图中假定压应力为正。

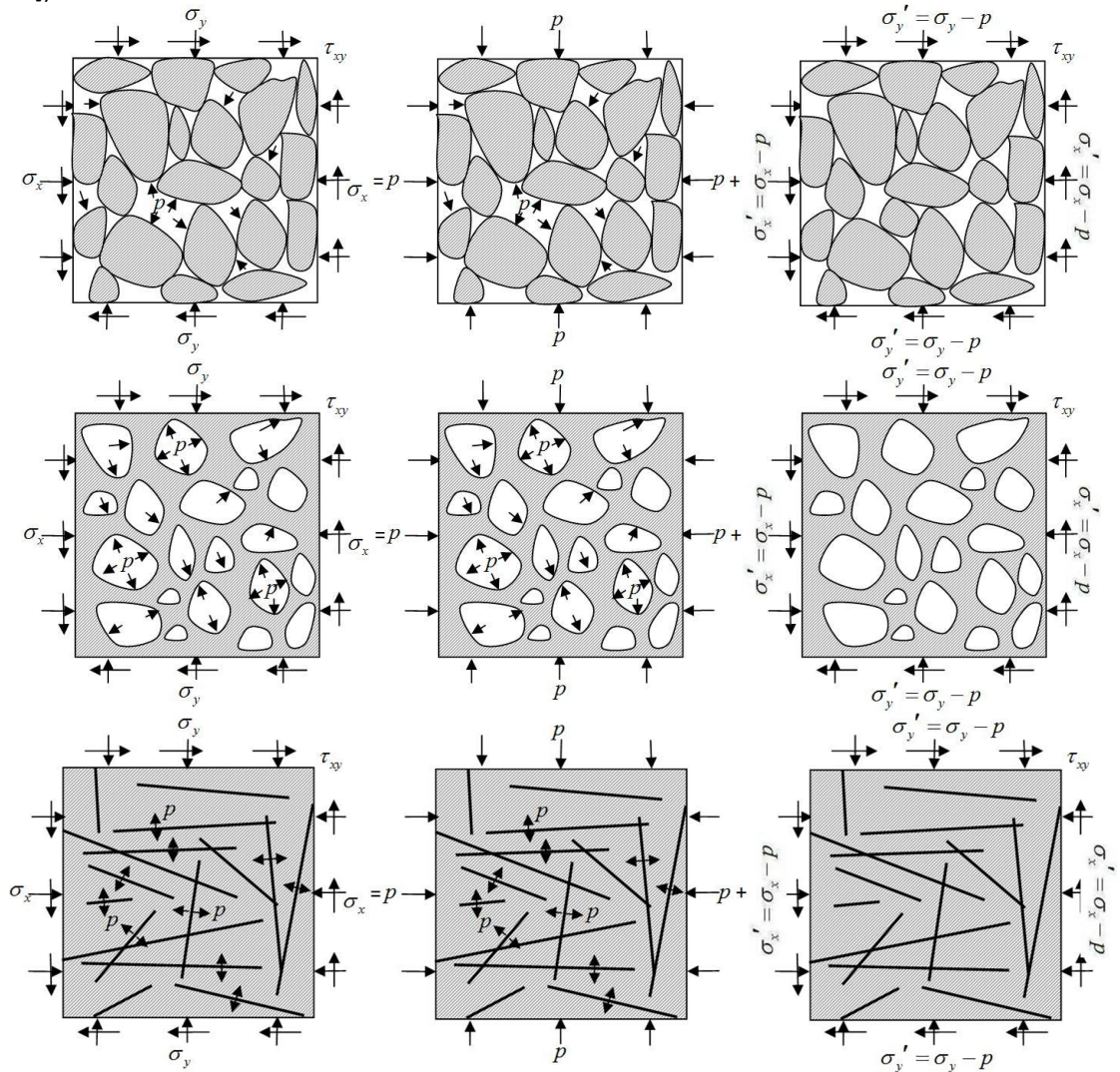


图 2 三种介质孔隙压力作用下的受力分解

由图 2 可见，渗流场中三种介质代表体的受力可以以相同的方式分解为两部分，第一部

分为各方向受力均匀的孔隙水压力(外部为均匀水压  $p$ ，内部为孔隙均匀压力  $p$ )和扣除静水压力后的部分，即：

$$\begin{aligned}\sigma'_{ii} &= \sigma - p, \quad \sigma_{ii} = \sigma'_{ii} + p \quad i=1,2,3 \\ \tau_{ij} &= \tau'_{ij} \quad i,j=1,2,3, i \neq j\end{aligned}\quad (1)$$

式中： $\sigma_{ii}$ ， $\tau_{ij}$ 为总的正应力和剪应力， $p$ 为孔隙水压力， $\sigma'_{ii}$ ， $\tau'_{ij}$ 为扣除孔隙水压力后的应力部分。

由图 1 和式 1 可以看出，对于散粒孔隙介质  $\sigma'_{ii}$  即为有效应力，裂隙孔隙介质的有效应力为裂隙表面的有效应力，而连续孔隙介质，则不能简单地认为  $\sigma'_{ii}$  即为有效应力。

应变同样可以分为两部分，即：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ii} &= \varepsilon'_{ii} + \varepsilon''_{ii} \quad i=1,2,3 \\ \gamma_{ij} &= \gamma'_{ij} + \gamma''_{ij} \quad i,j=1,2,3, i \neq j\end{aligned}\quad (2)$$

$$\varepsilon''_{ii} = \frac{p}{3K_m}, \gamma''_{ij} = 0 \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned}\varepsilon'_{ii} &= \frac{1}{E} \left[ \sigma'_{ii} - \mu(\sigma'_{jj} + \sigma'_{kk}) \right] \\ &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_{ii} - \mu(\sigma_{jj} + \sigma_{kk}) \right] - \frac{p(1-2\mu)}{E} \\ &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_{ii} - \mu(\sigma_{jj} + \sigma_{kk}) \right] - \frac{p}{3K} \quad i,j,k=1,2,3, i \neq j \neq k \\ \gamma'_{ij} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{ij} \quad i,j=1,2,3, i \neq j\end{aligned}\right. \quad (4)$$

式中： $E$ 、 $\mu$ 、 $K$ 分别为包含了孔隙、裂隙等总体材料的宏观等效弹性模量、泊松比和体积变形模量， $K_m$ 为骨架材料（基质材料）的体积变形模量。

由式(2)~(4)可以得到：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ii} &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_{ii} - \mu(\sigma_{jj} + \sigma_{kk}) \right] - p \left( \frac{1}{3K} - \frac{1}{3K_m} \right) \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{xy}\end{aligned}\quad (5)$$

以上推导中正应力取压应力为正，改为弹性力学的规定，拉应力为正，则：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ii} &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_{ii} - \mu(\sigma_{jj} + \sigma_{kk}) \right] + \beta p \quad i,j,k=1,2,3 \\ \gamma_{ij} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{ij} \quad i,j=1,2,3 \\ \beta &= \frac{1}{3K} - \frac{1}{3K_m}\end{aligned}\quad (6)$$

以上的推导详见朱伯芳院士的论文[2]。由(6)式可以看出孔隙水压力对于总变形的影响取决于  $\beta$  的大小，即取决于包含孔隙、裂隙等细观构造的宏观材料的体积变形模量和骨架(基质)材料的体积变形模量的关系。朱伯芳在他的论文[2]中认为基质材料的  $K_m$  足够大， $1/3K_m$  可以忽略，因此近似的取为  $\beta \approx (1-2\mu)/E$ ，实际上这适合于土、沙等散粒材料。沙、土等细颗粒散粒材料受力后的变形主要来自颗粒之间相互位置的变化，颗粒本身的变形对总变形的贡献极小，即宏观等效体积变形模量要远远小于颗粒(骨架)的体积变形模量，这种假

定引起的误差可以接受，是合理的。但对于混凝土和岩石这种等效模量和骨架模量处于同一量级的固体材料，这种假定是不可接受的。

李广信在文献[18]中，将考虑饱和材料体积压缩变形时的有效应力原理表达为：

$$\sigma' = \sigma - (1 - \frac{c_s}{c})p \quad (7)$$

式中： $c$  为宏观材料的压缩系数， $c_s$  为固体材料（骨架材料）的压缩系数，并给出了一些材料的压缩系数的比例，见表 1。

表 1 各种土、岩石和混凝土的压缩系数比

材料	$c_s/c$
石英、砂岩	0.46
30m 深的 Quincy 花岗岩	0.25
佛蒙特大理石	0.08
混凝土（近似）	0.12
密砂	0.0015
松砂	0.0003
伦敦粘土（超固结）	0.00025
Gospor 粘土（正常固结）	0.00003

上表中的体积压缩系数即是式(6)中的体积模量  $K$  的倒数。由表可以看出对于砂和黏土，忽略骨架材料变形模量  $K$  的影响带来的误差很小，而混凝土、岩石类材料  $K$  的影响不容忽视，正如文献[18]所说，(1)式所示的有效应力原理对岩石混凝土材料也是不适用的。

### 3、渗流场中变形和应力计算的有限元法改进

#### 3.1 现有的计算方法及问题

有限元等数值方法是分析渗流场、渗流和应力耦合作用的主要手段，渗流荷载目前普遍按渗透体积力和浮托力两部分考虑(张有天 1980[3])即：

$$\{f^s\} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} = \begin{cases} -\gamma \frac{\partial H}{\partial x} \\ -\gamma \frac{\partial H}{\partial y} \\ -\gamma \frac{\partial H}{\partial z} + \gamma \end{cases} \quad (8)$$

式中： $\{f^s\}$  为渗流体积力， $-\gamma \partial H / \partial x_i$  为由  $x_i$  方向的渗流梯度带来的渗透体积力， $H$  为总水头势，即  $H = p + z$ ， $z$  方向的  $\gamma$  为向上作用的浮托力。

考虑了渗流荷载的有限元方程为：

$$[\mathbf{K}]\{\delta\} = \{P\} + \{P^s\} \quad (9)$$

式中： $[\mathbf{K}]$  为总刚度矩阵， $\{\delta\}$  为计算位移， $\{P\}$  为外荷载、温度荷载等集成后的总荷载， $\{P^s\}$  为渗流荷载。

由式(8)，若已知单元各节点的总水头  $\{H\}^e$ ，则由渗流场引起的单元节点荷载  $\{P\}^e$  为：

$$\{P^s\}^e = \iiint_{\Omega} [\mathbf{N}]^T \{f^s\} dx dy dz \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
\{P^s\}^e &= \iiint_{\Omega} [\mathbf{N}]^T \begin{Bmatrix} -\gamma \frac{\partial H}{\partial x} \\ -\gamma \frac{\partial H}{\partial y} \\ -\gamma \frac{\partial H}{\partial z} + \gamma \end{Bmatrix} dx dy dz \\
&= -\iiint_{\Omega} [\mathbf{N}]^T \begin{Bmatrix} \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} H_i \\ \gamma \frac{\partial N_i}{\partial y} H_i \\ \gamma \frac{\partial N_i}{\partial z} H_i \end{Bmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma \end{pmatrix} dx dy dz
\end{aligned} \tag{11}$$

式中：[N]为形函数， $H_i$ 为单元局部编码节点第*i*节点的已知水头势。 $\Omega$ 为单元的体积域。详见有限元教科书[22]。

式(11)计算渗透荷载时，迎水面不考虑面力作用，在竖向考虑了浮托力，因此得到的计算结果为有效应力，总应力须加上静水压力。

### 3.2 基于孔隙压力初应变的有限元渗流荷载计算方法

分析式(6)可以看出，正应变中的 $\beta p$ 与应力无关，可以看作初应变，按初应变法推导有限元渗流荷载项，假定初应变项为：

$$\{\varepsilon_0\} = \beta p \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{12}$$

则，由式(12)的初应变带来的荷载为：

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{Bmatrix}_i = -\iiint_{\Omega} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] \{\varepsilon_0\} dx dy dz = -\iiint_{\Omega} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] \beta [\mathbf{N}] \{p\}^e \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} dx dy dz \tag{13}$$

$$\text{式中: } [\mathbf{D}] = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix}$$

将  $p=(H-z)$ ,  $\beta = \frac{1}{3K} - \frac{1}{3K_m}$  及  $[\mathbf{D}]$  代入式 (13) 可得:

$$\{P^s\} = -\iiint_{\Omega} \gamma [\mathbf{B}]^T \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \left(1 - \frac{K}{K_m}\right) [\mathbf{N}] \left[ \{H\}^e - \{z\}^e \right] dx dy dz \quad (14)$$

式中  $\{z\}^e$  为单元节点的竖向坐标, 当  $K_m$  与  $K$  相比足够大,  $\frac{K}{K_m}$  可以忽略时 (13) 式变为:

$$\{P^s\}^e = -\iiint_{\Omega} \gamma [\mathbf{B}]^T \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} [\mathbf{N}] \left[ \{H\}^e - \{z\}^e \right] dx dy dz \quad (15)$$

式中  $[\mathbf{B}]$  为应变计算矩阵。

对此(11)式和(15)式可以看出, (11)式中包含了渗流梯度力和浮托力, 没有包含静水压力贡献, 而(15)式除了渗流梯度力外, 还包含了三个方向的静水压力。由(15)式为渗流荷载得到位移后, 应力按下式计算:

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) = [\mathbf{D}] \left[ [\mathbf{B}]\{\delta\}^e - \gamma\beta p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\delta\}^e - \gamma\left(1 - \frac{K}{K_m}\right)p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$p$  为孔隙水压力，压为正。

注意，图 1 所示的三种介质，由非饱和变为饱和时，总容重有所增加。按(14)式计算时，需进一步考虑饱和容重与非饱和容重的关系，水面线以下自重分量的增加应计入：

$$\{\Delta\rho g\}^e = -\iiint_{\Omega} \eta[\mathbf{N}]\rho g \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} dx dy dz \quad (17)$$

式中： $\eta$ 为孔隙率， $\rho$ 为材料密度。

### 3.3 将孔隙压应力作为初应力的有限元渗流荷载计算方法

由式(6)，可以将初应变表达形式转化为初应力表达形成即式(7)，应力符号采用弹性力学规定(拉为正)则：

$$\sigma = \sigma' - \left(1 - \frac{c_m}{c}\right)p \quad (18)$$

对此式(6)和式(7)，可以看出，体积压缩系数  $c$  为体积变形模量的倒数，即：

$$c = \frac{1}{3K}, c_m = \frac{1}{3K_m} \quad (19)$$

则渗流荷载为：

$$\begin{aligned} \{P^s\}^e &= +\iiint_{\Omega} [\mathbf{B}]^T (\sigma_0) dx dy dz \\ &= -\iiint_{\Omega} [\mathbf{B}]^T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \left(1 - \frac{K}{K_m}\right)p dx dy dz \\ &= -\iiint_{\Omega} [\mathbf{B}]^T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \left(1 - \frac{K}{K_m}\right)\gamma[\mathbf{N}]\{H - z\}^e dx dy dz \end{aligned} \quad (20)$$

式中计算时同样应计入饱和容重的增量竖向荷载。

对此(20)和(14)两式可以发现，两者是等价的，应力计算公式同样为(16)。

### 3.4 不考虑浮托力的渗流荷载计算方法

分析 3.1 的方法和结果，现有的有限元渗流荷载计算方法中考虑了浮托力且未考虑孔隙



水压对固体介质的压缩作用，会导致计算对象出现过大的上浮变形，这种结果显然是不合理的。由水力梯度带来的渗透体积力是客观存在的，但浮托力只是作用于颗粒之间，只减小颗粒之间的接触力，并不减小颗粒本身的所受的压力，因此将浮托力均匀作用于所有介质，显然是夸大了上浮力的作用，夸大上浮变形。可只考虑渗透体积力，不计浮托力，即：

$$\{f\} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial y} \\ -\frac{\partial H}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

渗流荷载计算公式即为式(11)去掉浮托力一项，由此计算的应力中，竖向应力为总应力，水平向应力为有效应力。

### 3.5 裂隙岩体渗流荷载的计算

图 1(c)所示的裂隙岩体，当按裂隙网格渗流进行计算，即只考虑水沿裂隙的流动，水以面力的方式作用于裂隙的两侧，这种方法能正确反映水在岩体中的流动和水对岩体的作用，但采用等效孔隙介质方法时，目前的通常的算法仍存在与孔隙介质相同的问题。正确的算法同样是 3-2、3-3 节介绍的方法，3.4 的算法有误差，但精度优于 3.1 的计算方法。

## 4 算例及各种方法的比较

### 4.1 渗流荷载施加方式及应力计算方法对比

将上节介绍的各种方法进行比较如表 2

表 2 各种渗透荷载计算方法比较

计算方法序号	考虑渗流荷载的公式	荷载描述	应力计算公式	应力计算
1	(8), (11)	渗透力+上浮力, 无面力	$\{\sigma\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\delta\}^e$	直接计算结果为有效应力, 总应力需加上静水压力
2	(14)	孔隙压力, 初应变, 外加附加孔隙水重, 加面力	$\{\sigma\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\delta\}^e - \alpha p$	按式(16)求总应力, 扣除孔隙压力为有效应力
3	(18), (20)	孔隙压力, 初应力法, 外加附加孔隙水重, 加面力	$\{\sigma\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\delta\}^e - \alpha p$	按式(16)求总应力, 扣除孔隙压力为有效应力, 结果与 2 相同
4	(21)	只考虑渗流梯度带来的渗透力, 不计浮托力, 无面力	$\{\sigma\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\delta\}^e$	计算结果中竖向应力为总应力, 水平向应力为有效应力

上表给出了不同渗流荷载计算方式对应的表面水压荷载的计算方式和应力计算方式, 当采用渗透体积力方式施加渗流荷载时, 无须再施加表面水压力, 而采用孔隙压力的方式计算渗流荷载时, 则需要在迎水面施加表面水压力。

下面的算例中假定, 时间充分长, 结构内形成了稳定的渗流场, 研究对比使用不同算法时的变形和总应力及有效应力。程序采用自主开发的仿真分析软件 SAPTIS[20]。

### 4.2 例 1: 四面临水的混凝土柱

假设一 20m×20m×60m 的方形截面混凝土柱, 如图 3, 计算模型所用材料的宏观弹性模量  $E = 20GPa$ ,  $\mu = 0.16$ 。

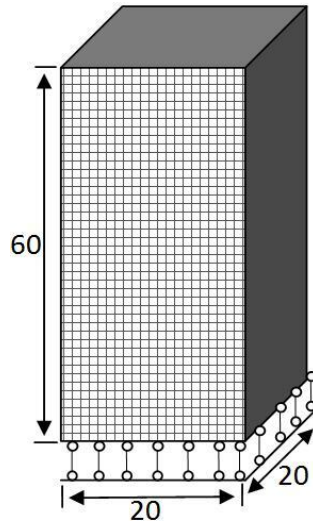


图3 计算模型

以自重作用下的应力状态为初始状态(自重引起的位移不计入后续计算)计算两个荷载工况:(1)水位抬升至顶面平齐,四面受水;(2)继续抬高水位至 1060m,柱子没于水下(李广信[18])。用表 2 所示的第 1,2 两种渗透力方法计算两个工况的柱顶位移和柱底应力,见表 3,表中同时给出了水压作为面力考虑时的应力和变形,表 2 中的方法 2、3 实质上是相同的,方法 3 的结果没有单独列出,表中的  $\alpha = 1 - K / K_m = 1 - c_m / c$ 。

由表 3 可用看出,按不同的计算方式时,各方法的总应力相等,但有效应力和变形结果却有很大差别。方法 2 计算的有效应力最小,结果介于面力作用和方法 1 之间,当系数  $\alpha = 1$  时结果与方法 1 相同,  $\alpha = 0$  时结果与面力方式相同。对于位移计算,方法 1 夸大了浮托力的影响,没有考虑固体颗粒本身在水中的压缩变形,因此计算的竖向变形都为上抬变形,当水位位于柱顶时,柱顶的上浮变形是面力作用的 3 倍(面力作用的上抬为泊松效应,而渗透力作用则全部为上浮效应),方法 2 取  $\alpha = 1$  时结果与方法 1 相同。当水位位于柱顶以上时,柱体全部没于水下,受静水压力的压缩作用柱体的总体变形应为压缩,面力法和方法 2 都能反应这个作用,但方法 1 的计算结果仍为上浮变形,不能反映静水压缩作用。由于方法 1 只计算渗透体积力和浮力,不计算面力,因此柱体水下部分压缩变形不能反映,哪怕是位于 1000m 以上的水头压力也不能得到压缩变形。

方法 4 在方法 1 的基础上取消了浮托力,对于本例各个水深的渗透体积力都是“0”,因此是否有水不带来附加变形。

表 3 方形截面柱体受渗透力作用的计算结果(扣除自重位移)

说明	水位 (m)	底部总应力(竖向, MPa)	底部总应力(水平, MPa)	有效应力(竖向, MPa)	有效应力(水平, MPa)	顶部竖向位移 (mm)	顶部水平位移 (mm)
只有自重	0	-1.47	-0.00	-1.47	0.00	0.00	0.00
面力	60	-1.48	-0.59	-1.48	-0.59	0.27	-0.49
渗流 1	60	-1.48	-0.60	-0.88	0.00	0.90	-0.05
渗流 2, $\alpha=0.1$	60	-1.51	-0.59	-1.45	-0.53	0.34	-0.45
渗流 2, $\alpha=0.5$	60	-1.51	-0.60	-1.21	-0.30	0.59	-0.29
渗流 2, $\alpha=1.0$	60	-1.49	-0.60	-0.89	0.00	0.90	-0.05
面力	1060	-11.48	-10.59	-11.48	-10.59	-20.13	-7.29
渗流 1	1060	-11.48	-10.60	-0.88	0.00	0.90	-0.05
渗流 2, $\alpha=0.1$	1060	-11.51	-10.59	-10.45	-9.53	-18.02	-6.57
渗流 2, $\alpha=0.5$	1060	-11.51	-10.60	-6.21	-5.30	-9.61	-3.69
渗流 2, $\alpha=1.0$	1060	-11.49	-10.60	-0.89	0.00	0.90	-0.05

对比各工况的结果和分析本算例的变形机理可见,方法 1 夸大了渗透力和浮力的作用,不能正确反映结果的变形和有效应力。方法 2 在正确给出骨架材料和整体结构宏观体积量量的条件下,计算结果能够反映实际情况。

### 4.3 例 2. 裂隙岩体

将图 3 所示的模型换成裂隙岩体，被三组正交的裂隙切割，裂隙的竖向间隔为 2m，水平间隔为 4m。按 1m×1m×1m 进行单元划分。两套有限元网格，一套为模拟裂隙的网格，将裂隙按 goodman 单元模拟，第二套网格不考虑裂隙的存在，按等效孔隙介质剖分网格。计算同样按两种方式：第一种水只沿裂隙流动，水荷载以面力的方式作用于裂隙两个表面，岩块不透水；第二种将裂隙渗流等效为孔隙渗流，水荷载以渗透体积力或孔隙水压力的方式作用于岩体。岩块的弹性模量和泊松比同例 1，裂隙的接触刚度取为  $K_n = 200GPa \cdot m$ ， $K_s = 80GPa \cdot m$ 。根据岩块和含裂隙岩体的变形等价关系，可以求出等效孔隙岩体和岩块体积模量分别为： $K = 9.337GPa$ 、 $K_m = 9.804GPa$ ， $\alpha = 1 - K/K_m = 0.0476$ ，不同工况的计算结果见表 4：

表 4 裂隙岩体的计算结果

说明	水位 (m)	岩块应力				裂隙应力				顶部位移增量 (mm)
		底部总应力(竖向, MPa)	底部总应力(水平, MPa)	有效应力(竖向, MPa)	有效应力(水平, MPa)	底部总应力(竖向 2m 处, MPa)	底部总应力(水平, MPa)	有效应力(竖向 2m 处, MPa)	有效应力(水平, MPa)	
自重(含裂隙)	0	-1.50	-0.01	-1.50	-0.01	-1.45	0.00	-1.45	0.00	0.00
裂隙渗流	60	-1.50	-0.60	-1.50	-0.59	-1.46	-0.42	-0.88	0.02	0.47
孔隙渗流 1	60	-1.48	-0.60	-0.88	0.00	-1.46	-0.60	-0.88	-0.02	0.95
孔隙渗流 2	60	-1.48	-0.59	-1.45	-0.56	-1.46	-0.59	-0.88	-0.01	0.40
裂隙渗流	1060	-11.50	-10.60	-11.50	-10.60	-11.45	-0.42	-0.87	0.02	-17.54
孔隙渗流 1	1060	-11.48	-10.60	-0.88	0.00	-11.46	-10.60	-0.86	0.00	0.95
孔隙渗流 2	1060	-11.48	-10.59	-10.97	-10.09	-11.46	-10.59	-0.88	0.01	-17.60

对每条裂隙剖分网格，按裂隙渗流计算结果作为正确的结果，对比 1、2 两种方法的结果可以看出，各种方法计算的总应力，不管是岩块的还是裂隙的，都是正确的，各个方法的结果相差很小，裂隙上的有效应力结果也一致。但岩块的有效应力方法 1 的计算结果偏小，尤其是将裂隙岩体置于水下，孔隙压力法 1 不能考虑水对岩块的压缩作用。在变形结果中也是如此，方法 1 夸大了上浮变形，当水位位于柱顶时，计算上浮变形是其他方法的两倍，当柱体全部位于水下时，仍然得到与水位位于柱顶相同的上浮变形，未能反映柱体的静水压变形。

### 4.4 例 3. 重力坝算例

图 4 所示一重力坝模型，坝顶高程 185.0m，坝底高程 4.0m，下游坝坡 1:0.7，坝体弹性模量  $E_c = 35GPa$ ；泊松比  $\mu = 0.17$ ；基础弹性模量  $E_c = 25GPa$ ；泊松比  $\mu = 0.25$ 。

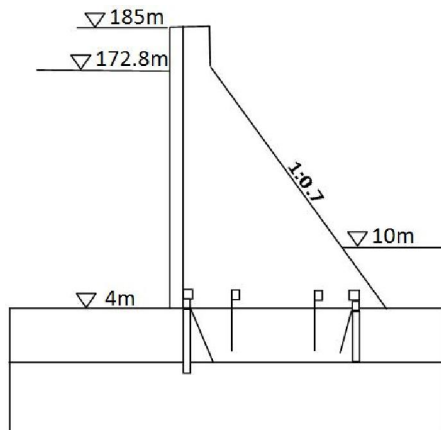


图 4 重力坝模型

(1) 首先按均质坝体，不考虑渗控结构计算坝体渗流场，并按面力、渗透力+浮托力(方

法 1), 孔隙水压力(方法 2,  $\alpha = 0.33$ ), 渗透力(无浮托力)四种方法计算自重加水荷载作用下的坝体变形和应力, 取上游水位 172.8m, 下游水位 10.0m, 其中坝顶取点为坝顶上游侧, 库盘为坝体上游 100m 处, 坝踵为距上游面和建基面均为 2.5m 处, 计算结果见表 5。

表 5 均质坝体无渗控措施的计算结果

工况	说明	坝顶水平位移(mm)	坝顶竖向位移(mm)	库盘变形(mm)	坝踵总应力(MPa)	坝踵有效应力(MPa)
1	面力	51.89	10.94	-8.83	-0.76	-0.76
2	渗透力+浮托力	71.34	23.26	0.90	-0.62	0.98
3	孔隙水压力(应变)	58.34	15.03	-5.58	-0.76	-0.23
4	渗透力(无浮托力)	59.63	13.35	0.48	-1.87	-0.27

在水压力作用下坝体以上下游变形为主, 各种方法的结果都反映了这种规律, 其中按面力计算的变形最小, 为 51.89mm, 与按孔隙水压和只考虑渗透力结果接近。而考虑了浮托力的结果明显大于其他方法, 比按面力考虑的结果大 40%。坝顶竖向变形一部分是坝体向下游的倾斜变形导致的, 另一部分是渗透力中浮托力的贡献。考虑渗透力加浮托力后得到的坝顶竖向位移是面力作用的 2.3 倍, 夸大了上浮的作用。按孔隙压力初应变法计算时, 坝顶上下游和竖向变形均介于面力和渗透力加浮托力之间。

水库蓄水后, 库盘上作用有水压, 一般是下沉变形, 观测结果表明了这一规律。但是按照渗透力的模拟方式, 不管是否计入浮托力, 计算的库盘变形都为上浮, 这一点与观察结果不符, 方法 2 在考虑面力水压作用的同时, 计入了部分上浮作用, 以此得到的库盘变形小于面力结果, 但仍为下沉变形。

坝踵应力方面, 这三种方法的总应力结果相近, 这一结论与例 1 相同, 但只考虑渗透力, 不计浮托力的结果明显与其他方法相去甚远。有效应力方面, 面力和孔隙水压力方式都为压应力, 而渗透体积力法的坝踵有效应力都为拉应力。

#### (2) 考虑渗控措施

计算得到坝内渗流场如图 5 所示, 用该渗流场进一步按(1)中所介绍的 4 种工况计算得到的代表点变形和坝踵应力如表 6。

表 6 考虑坝体渗控措施后的计算结果

工况	说明	坝顶水平位移(mm)	坝顶竖向位移(mm)	库盘变形(mm)	坝踵总应力(MPa)	坝踵有效应力(MPa)
1	面力	51.89	10.94	-8.83	-0.76	-0.76
2	渗透力+浮托力	66.77	17.53	0.90	-2.02	-0.8
3	孔隙水压力(应变)	57.02	13.13	-5.58	-1.17	-0.77
4	渗透力(无浮托力)	59.95	13.51	0.74	-2.22	-1.00

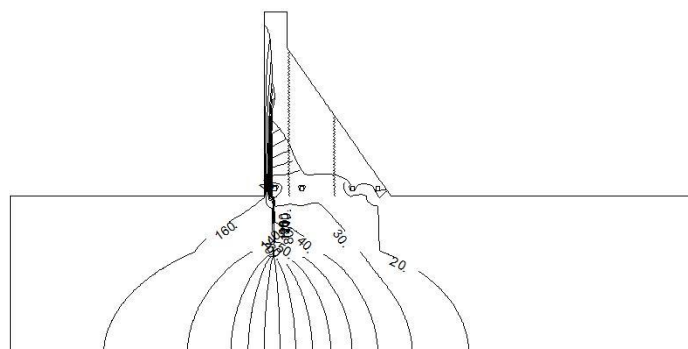


图 5 考虑渗控措施后的等势线

考虑渗控措施后坝内浸润线高程大幅降低, 形状类似于扬压力倒置。用该渗流场进行渗流荷载计算时, 不管用哪种方法计算, 上下游方向的渗透力都集中于上游面附近, 浮托力大幅减小, 不同方法得到的坝体变形值之间差距减小, 但规律与工况 1 相同。坝踵应力差距拉大, 3、4 工况的坝踵总压应力增大, 分别增加了 53%和 18%, 有效应力也从拉变为压。

## 4.5 讨论

分析如上各算例的结果,可以看出,表2中所列的4种渗流荷载计算方法中,渗透力法(不管是否考虑浮托力(方法1、4)),很难同时给出正确的变形和应力结果,直接用于连续孔隙介质计算,误差是不可忍受的,而方法2、3从孔隙水压力出发,将渗流引起的孔隙水压力变化按初应变或初应力求得等效渗流荷载,几个算例的计算应力和变形结果都是合理的。

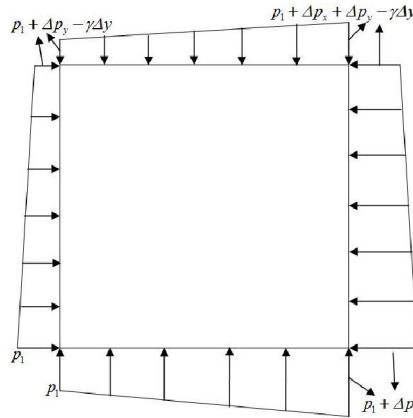


图6 渗流场中微元体的受力及渗透力推导示意图

对此方法2、3和1、4的渗流荷载推导方式(图2、图6),基于孔隙压力的推导方式考虑了孔隙水压力对应变的全部影响,而方法1、4的渗透力方式只计入了微元体两侧的压力差,将该压力差作为附加体积力考虑,忽略了该压差以外的均匀水压对微元体应变的影响,因此对于骨架变形不能忽略的应力变形求解问题,方法1、4会带来不可忽视的误差,有时会得到不合理的计算结果。

## 5. 结论

本文依据孔隙水压力作用下含孔隙微元体的应力应变关系,将孔隙水压力引起的应变作为初应变推导了有限元计算渗流荷载的计算公式(孔隙水压力初应变或初应力法),对这种方法和目前常用的渗透体积力法的区别从机理上进行分析,并用几个算例分析了不同的渗流荷载计算方法对分析结果的影响,得到如下几个结论:

(1)目前常用的基于水力坡度的渗透体积力法( $f_i = -\gamma \partial h / \partial x_i$ )只计入了渗流场中微元体两侧的压力差,忽略了静水压力对骨架材料(基底介质)的压缩作用,是一种简化方法,土砂类颗粒材料的宏观变形绝大多数来源于颗粒间的相对位置错动,颗粒本身变形可以忽略,渗透体积力简化对计算精度的影响有限。但对于混凝土、岩石这种连续孔隙介质或裂隙孔隙介质,由于其介质本身的变形不可忽略,采用渗透体积力法会得出不合理的变形计算结果和失真的应力结果。

(2)本文介绍的孔隙压力初应变法和初应力法来自于孔隙介质在孔隙压力作用下的应力应变关系,同时满足应力平衡和应变协调,能正确反映孔隙水压力的作用机理,能同时考虑渗透梯度的影响和对骨架材料的压缩作用,对于渗流场中的混凝土坝、岩石边坡等能给出合理的计算结果。孔隙的影响用材料的宏观体积变形模量和骨架材料的体积变形模量的比值描述,当两者相同,即为连续无孔隙介质,当两者的比值足够小,可以忽略不计时,即细颗粒离散孔隙材料。目前常用的渗透体积力法即为  $K/K_m = 0$  的一种特例。

(3)渗透体积力法计算渗透荷载时不能同时计入表面压力,而孔隙压力初应变/应力法,需要水压作用的表面同时施加表面水压力。

(4)采用孔隙水压力初应变法时,浸润线以下的不透水表面会出现垂直于外法方向的静水压力,这与实际的物理现象相符。但在实际计算中当假定某面为不透水面时要特别注意,需要进行特殊处理,例如按单坝段三维计算重力坝的渗流场及应力场时通常假定坝段侧面为不透水面,这时需要在侧面施加附加水压荷载,以抵消向外的水压力。

(5)用渗透体积力法求出的应力是有效应力,即颗粒之间的相互作用力,总应力需要加

上静水压力。用初应力应变法得到是总应力，有效应力需要扣除孔隙水压力带来的初应力。连续介质的有效应力与散粒介质的有效应力具有不同的概念。

(6)孔隙水压力初应变法/初应力法需要知道孔隙介质宏观体积变模量和骨架介质体积模量的比，在这方面已有不少的研究成果，但这仍是一个需要进一步研究的问题。

#### 参考文献:

- [1] 张光斗. 混凝土重力坝的渗透压力[J]. 水利学报,1956,(1):59-70
- [2] 朱伯芳.渗透水对非均质重力坝应力状态的影响[J].水利学报, 1965,2(4):50-54
- [3] 张有天, 张武功.隧道水荷载的静力计算[J].水利学报, 1980.3:52-62
- [4] 潘家铮. 坝体有限元分析中的水荷载问题[J].水力发电, 1984,(3):21-26
- [5] 陈平, 张有天. 裂隙岩体渗流与应力耦合分析[J].岩石力学与工程学报, 1994, 26(4):299-308
- [6] 王媛,徐志英,速宝玉等. 复杂裂隙岩体渗流与应力弹塑性全耦合分析[J].岩石力学与工程学报,2000,19(2):177-181
- [7] 王媛,刘杰. 裂隙岩体非恒定渗流场与弹性应力场动态全耦合分析[J].岩石力学与工程学报,2007,26(6):1150-1157
- [8] 朱岳明.碾压混凝土坝渗流场与应力场耦合作用的研究[J].红水河. 1997(03):1-8
- [9] 柴军瑞,作彦卿.碾压混凝土坝渗流场与应力场耦合分析的数学模型[J].水利学报,2000,(9):33-36,43
- [10] 黄耀英,沈振中,田斌等. 考虑渗流场和应力场耦合对混凝土坝位移的影响研究[J].水力发电,2009,35(8):18-21
- [11] 韦立德,杨春和. 考虑饱和-非饱和渗流、温度和应力耦合的三维有限元程序研制[J].岩土力学,2005,26(6):1000-1004
- [12] 赵延林,赵延林,曹平,赵阳升. 双重介质温度场-渗流场-应力场耦合模型及三维数值研究[J].岩石力学与工程学报, 2007(s2):4024-4031
- [13] 张国新,沙莎. 混凝土坝全过程多场耦合仿真分析[J].水利水电技术,2015,46(6):87-93+99
- [14] 张国新,武晓峰. 裂隙渗流对岩石边坡稳定的影响--渗流、变形耦合作用的 DDA 法[J].岩石力学与工程学报,2003,22(8):1269-1275
- [15] Biot, M. A., General theory of three-dimensional consolidation[J]. Appl. Phys,1941,12:155-164
- [16] Amos Nur, An Exact Effective Stress Law for Elastic Deformation of Rock with Fluids[J]. Journal of geophysical research, 1971,76(26).6414-6419
- [17] Callari, A. Abati. Finite element methods for unsaturated porous solids and their application to dam engineering problems[J]. Computers and Structures, 2009 (87) :485-501
- [18] 李广信. 岩土工程 50 讲: 岩坛漫话(第 2 版)[M]. 北京:人民交通出版社,2010
- [19] 王瑞,沈振中,陈孝兵等. 基于 COMSOL Multiphysics 的高拱坝渗流-应力全耦合分析[J].岩石力学与工程学报,2013,(z2):3197-3204
- [20] 张国新. SAPTIS: 结构多场仿真与非线性分析软件开发及应用(之一)[J]. 水利水电技术,2013,44(1): 31-35
- [21] K. Terzaghi. Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, 1943
- [22] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京:中国水利水电出版社,1997